

Les travaux combinatoires de l'entre-deux guerres 1870 et 1914 : leur actualité pour les mathématiques et l'enseignement d'aujourd'hui

Lycée Pierre Bourdan, Guéret (France)

30 sept.-2 oct. 2015

Le colloque porte sur les travaux d'une communauté française mathématique de la fin du XIX^e et du début du XX^e siècle, formée à partir d'associations et de publications (non nécessairement académiques) et sur un des participants importants de cette communauté, Henri Auguste Delannoy (1833-1915), qui vécut à Guéret toute la fin de sa vie. Ces travaux concernent parfois des domaines anciens, géométrie ou théorie des nombres, mais aussi des questions et des approches nouvelles, en particulier en combinatoire et algorithmique, qui vont donner naissance à de nouveaux domaines de savoir et qui connaissent de nos jours un renouveau lié au profond développement de ces disciplines.

Certains résultats « anciens » ont été redémontrés de façon indépendante dans des communautés communicant peu entre elles (mathématiques, informatique, physique statistique et sciences cognitives) jusqu'à une époque récente. Les résultats obtenus à la fin du XIX^e siècle ont quelquefois pris la forme de récréations mathématiques destinées à l'enseignement. Même s'ils n'ont pas eu de succès dans l'enseignement officiel de l'époque, ils ne sont pourtant pas dénués d'intérêt et ils ont débouché parfois sur des théories très riches. Citons deux exemples illustres, tous deux tirés du livre *Théorie des nombres* d'Édouard Lucas (1842-1891) : les tests de primalité, cruciaux dans la cryptographie moderne, mais aussi le problème du coloriage d'une carte avec quatre couleurs, résolu en 1976 avec l'aide de l'ordinateur.

Le but de ce colloque est de faire le point sur les recherches historiques menées récemment sur cette communauté et d'explorer les résonances actuelles de ses travaux, notamment en mathématiques et en informatique, à l'occasion du centenaire de la mort de Delannoy.



Portrait de Henri Auguste Delannoy
(1833-1915)

© Société des Sciences Naturelles,
archéologiques et historiques de la
Creuse.

Comité scientifique et organisation :

Évelyne Barbin (LMJL et IREM, Université de Nantes)

Catherine Goldstein (CNRS, IMJ-PRG)

Marc Moyon (XLim-DMI et IREM, Université de Limoges)

Sylviane Schwer (LIPN & IREM Paris Nord, Université Paris 13-Sorbonne Paris Cité)

Stéphane Vinatier (XLim-DMI et IREM, Université de Limoges)

14h Sylviane Schwer (LIPN et IREM Paris Nord, Université Paris 13)

Revenir aux mathématiques par le jeu : l'exemple d'Henri Delannoy

14h30 Abdelkader Necer (XLIM, Université de Limoges)

Récréations en classe de mathématiques aujourd'hui

Depuis la réforme des programmes de collèges de 2005, les objectifs de l'enseignement des mathématiques (au collège) sont explicites : « À travers la résolution de problèmes, les élèves apprennent à : identifier et formuler des questions, faire des hypothèses et expérimenter sur des exemples, bâtir une argumentation, contrôler les résultats obtenus en évaluant leur pertinence, communiquer une recherche, mettre en forme une solution »¹.

Peut-on atteindre une partie de ces objectifs, à travers des exercices inspirés de jeux et devinettes ou encore de problèmes de mathématiques récréatives ? Cette interrogation constitue la question principale de deux mémoires de Master-MEEF dont une des références est évidemment les « Récréations mathématiques » d'Édouard Lucas.

L'objet de mon exposé est double : décrire les résultats obtenus dans ce cadre et présenter quelques réflexions personnelles relatives à l'utilisation en classe des récréations mathématiques et autres problèmes *délectables*.

16h00 René Guitart (IMJ-PRG, Université Paris Diderot)

Le jeu du taquin depuis Édouard Lucas

Édouard Lucas publie en 1881 le volume I de ses Récréations mathématiques. En 1891, il remercie vivement son ami Henry Delannoy, qui, dit-il, a contribué pour la plus grande part à la seconde édition. Dans cette édition, nous retenons ici la dernière étude, sur le taquin. Vers 1878, Samuel Loyd a popularisé aux USA le casse-tête « 14-15 puzzle », importé en France avec un grand succès sous le nom de « double casse-tête gaulois » (sic) ou de « taquin ». En 1879, des solutions sont apportées par W. Johnson et par W.E. Story. Lucas connaît ces résultats et il en simplifie les démonstrations. Son texte est un véritable petit cours sur les permutations et leurs signatures, études qu'il rattache aux travaux de Leibniz sur les déterminants, et aux travaux de Cauchy. L'application au taquin est jolie, utilisant l'idée de coloriage du carrelage 4x4 en échiquier. Et on sait l'intérêt de Delannoy pour l'usage combinatoire des échiquiers. Lucas indique les études de Hermery sur le « taquin continental » à « embranchements et garage ». Pendant quatre-vingt ans, nombre d'adaptations, variantes et généralisations, simplifications et complications du taquin seront inventées, étudiées. Parmi les plus vendues, il y a le « Penant Puzzle » en 1909, et le « Red Donkey » en 1932. Il existe aussi de nombreux problèmes de garages, ou d'aiguillage ferroviaires. Nous montrerons les solutions de quelques-uns, comme chemins dans les espaces de configurations associés. En 1974, Richard Wilson donne le théorème qui règle en principe l'étude de tous les puzzles par glissements sur les graphes finis.

¹ <http://www.education.gouv.fr/cid81/les-programmes.html\#Mathématiques>



À partir de 18h/18h30 **présentation de la bibliothèque Delannoy**, (Bibliothèque Multimédia du Grand Guéret)

- Discours du Président de l'agglomération du Grand Guéret pour inaugurer l'exposition sur Delannoy,
- Présentation par la SSNAHC de la réédition des procès criminels rassemblés par Delannoy,
- Présentation des livres provenant de la bibliothèque de Delannoy, numérisés par Biblim (Laure Fabry, Bibliothèque Francophone Multimedia, Limoges)

Jeudi 1^{er} Octobre

9h30 **Jérôme Auvinet** (LMJL, Université de Nantes)

Charles Ange Laisant, un acteur pour les mathématiques discrètes et leur communauté à la fin du XIX^e siècle

Le mathématicien Charles Ange Laisant (1841-1920) participe de multiples manières à la vie de cette communauté des mathématiques discrètes à laquelle appartiennent en particulier Delannoy et Lucas, mais également Ernest Laquière ou encore Gabriel Arnoux. Non seulement il en est un acteur important par sa production mathématique où diverses visualisations sont à l'œuvre, mais surtout il établit de nombreux liens avec plusieurs de ses membres dans des lieux divers et soutient la diffusion de leurs travaux. De plus, il envisage rapidement les résultats obtenus par les uns et les autres comme de possibles outils pour l'enseignement des mathématiques à des niveaux variés. Nous étudierons ainsi comment les travaux de Laisant, parmi les plus originaux, se nourrissent de ces échanges dont les modalités institutionnelles ou éditoriales seront abordées. Nous soulignerons aussi sa volonté de dégager les nouvelles possibilités pédagogiques offertes par la production des membres d'horizons divers de cette communauté dans laquelle il s'inscrit pleinement.

10h30 **Évelyne Barbin** (LMJL, Université de Nantes)

Gaston Tarry et la doctrine des combinaisons. Labyrinthes et carrés magiques

Bien que contrôleur des contributions directes à Alger, Gaston Tarry est en relation suivie avec ses collègues, en particulier grâce à ses participations à l'Association Française pour l'Avancement des sciences (AFAS). Le problème des dominos a fait l'objet des recherches de Delannoy, de Laisant, de Tarry et de Lucas. En 1866, Tarry présente au Congrès de l'AFAS de Nancy une solution originale au problème, résolu en 1859 par le Dr Reiss de Francfort et transformé ensuite par Laisant en un problème de chemins dans un graphe heptagone complet. La solution originale de ce dernier problème par Tarry donne lieu à ce que Lucas appelle dans ses Récréations le « Théorème de Tarry » sur les réseaux. Le problème des 36 officiers est examiné par Leonhard Euler parmi ses « Recherches sur une nouvelle espèce de carrés magiques » de 1782. La solution de Tarry paraît dans le compte-rendu du Congrès de l'AFAS en 1900-1901. Nous examinerons sa démarche et les prolongements aux problèmes des carrés magiques qu'elle a suscités.



14h00 **Lisa Rougetet** (LIFL, Université de Lille 1)

Les jeux de combinaisons en France à la fin du XIX^e et au début du XX^e siècle

Dès la fin du XVIII^e siècle apparaît dans une extension du Dictionnaire des Jeux de l'Encyclopédie méthodique le terme jeux de combinaisons. La description de ces jeux ainsi que leurs règles se retrouvent au cours du XIX^e dans les nombreux dictionnaires, académies et autres albums des jeux mathématiques. Dans la plupart des ouvrages, le chapitre consacré aux jeux de combinaisons englobe à la fois des jeux de cartes tels que le Piquet, le Whist, ou la Manille – où intervient le hasard – mais aussi les Échecs ou les Dames, jeux à deux joueurs sans hasard et à information complète, clairement définis de nos jours comme « jeux combinatoires ». La théorie des jeux combinatoires se développe au cours du XX^e – notamment en Allemagne et aux États-Unis – en une théorie mathématique complète dont le formalisme actuel est dû à John Conway (1976). Pourtant, à la fin du XIX^e, Édouard Lucas présente dans ses récréations mathématiques des jeux de combinaisons que l'on peut considérer comme « combinatoires ». Quelle analyse Lucas fait-il de ces récréations ? Nous montrerons dans cet exposé que ses résultats contiennent des idées qui seront reprises dans une approche plus théorique de la résolution des jeux combinatoires.

15h00 **Catherine Goldstein** (CNRS, IMJ-PRG)

Delannoy et la théorie des nombres autour de 1900

Si la majeure partie des travaux de Delannoy sont classés dans la rubrique « Théorie des combinaisons et calcul des probabilités », il a aussi contribué à l'analyse diophantienne et à la topologie, des sujets qui mobilisent autour de 1900 des auteurs variés, tant dans les réseaux habituels de Delannoy qu'en dehors. Nous examinerons à la lumière de ses interventions les transferts entre domaines au tournant du XX^e siècle, en particulier la question des applications des mathématiques et le nouveau rôle joué par la combinatoire dans ces transferts.

16h30 **Jenny Boucard** (CFV, Université de Nantes)

Combinatoire et théorie des nombres dans la presse intermédiaire : le cas des Nouvelles annales de mathématiques (1870-1914)

Dans la seconde moitié du XIX^e siècle, la presse intermédiaire mathématique, dont le public visé est notamment constitué d'étudiants et d'enseignants, se développe de manière importante. Dans cet exposé, nous nous intéresserons aux liens entre théorie des nombres et combinatoire tels qu'ils apparaissent dans ces sources périodiques pour la période 1870-1914. Après avoir esquissé un panorama général, nous nous concentrerons sur quelques acteurs, comme Henri Auguste Delannoy et Édouard Lucas, qui, à travers leurs pratiques combinatoires et arithmétiques, tentent d'établir des liens entre sciences mathématiques et sciences d'observation.



17h30 **Norbert Verdier** (GHDSO & IUT Cachan, Université Paris Sud)

Où publier des mathématiques entre ces deux guerres ? (1870-1914)

Nous commencerons par situer la presse mathématique au XIX^e siècle en prenant comme premier point d'entrée un cas d'étude autour d'un problème de combinatoire autour des nombres dits aujourd'hui « de Catalan ». Au-delà des mathématiques qui circulent, ce cas aura pour objectif de montrer pragmatiquement en quoi la presse spécialisée peut être un puissant vecteur de dynamique éditoriale. Nous nous focaliserons ensuite sur les années dix-huit cent soixante-dix avec la mise en place dans plusieurs villes de France (Lyon, Montpellier, Nîmes, Paris, Sedan, etc.) de journaux pour et par les élèves. Nous examinerons dans ces journaux les questions liées à l'arithmétique et à la combinatoire. Pour terminer, nous nous intéresserons à la presse avec comme autre point d'entrée les lieux de publication d'acteurs comme Delannoy et d'autres « combinatoristes ». Par cette méthodologie, nous souhaitons interroger la diversité éditoriale et montrer que la circulation des mathématiques est un processus complexe mettant en lice des acteurs, des journaux et des pratiques très variées.

Vendredi 2 Octobre

9h30 **Sylviane Schwer** (LIPN et IREM Paris Nord, Université Paris 13)

Usage des échiquiers arithmétiques dans la résolution de problèmes combinatoires et applications actuelles

En 1895, Delannoy publie un article pédagogique présentant la théorie des échiquiers arithmétiques et diverses applications aux parcours minimaux de la Tour par pas de un. Il présente ensuite les résultats concernant les parcours du Roi, sans en avoir trouvé d'applications. Nous présenterons une application importante de ces formules pour la représentation et le raisonnement temporel, notamment en informatique et en linguistique.

10h30 **Jean-Paul Allouche** (CNRS, IMJ-PRG)

Propriété de Lucas, nombres de Delannoy et séries formelles algébriques

Les coefficients du triangle de Pascal satisfont à la « propriété de Lucas » qui permet de calculer leur valeur modulo un nombre premier p connaissant leurs chiffres en base p . De nombreuses suites doubles d'entiers, souvent d'origine combinatoire, ont la même propriété, en particulier la suite des nombres de Delannoy. Nous proposons une promenade parmi ces suites et leurs séries génératrices.

12h00 **Jean-Michel Autebert** (LIAFA, Université Paris Diderot)

Treillis des chemins de Delannoy

Les chemins de Delannoy sont les objets dont le nombre donne lieu à la suite centrale de Delannoy. On peut les figurer par un dessin dans une grille rectangulaire, partant du coin sud-ouest et se dirigeant vers le coin nord-est, et n'utilisant que les trois pas élémentaires que sont : le pas Est, le pas Nord et le pas diagonal Nord-Est. Ces chemins peuvent être généralisés à un



espace à n dimensions en considérant comme pas élémentaires dans une grille hyper-parallélépipédique : un pas dans chaque direction et les pas diagonaux qui sont des combinaisons de plusieurs de ceux-ci. Nous représentons un chemin de Delannoy comme un mot sur un alphabet particulier, et ordonnons l'ensemble des chemins de Delannoy menant d'un point à un autre, fixés, par un ordre très naturel. Il confère à cet ensemble une structure de treillis, commutatif en dimension deux.

Après-midi en l'honneur de Delannoy organisé par la
Société des Sciences Naturelles, Archéologiques et Historiques de la Creuse

Sylviane Schwer : *Biographie de Delannoy*

Daniel Dayen : *La vie politique à Guéret et dans la Creuse au temps de Delannoy*

Hugues Bachelot et Bernard Blot : *Guéret/Chaminadour au temps de Delannoy à partir des souvenirs de jeunesse de Marcel Jouhandeau*

Patrick Léger et Charlotte Guinois (Conservatrice au musée de Guéret) : *La société des sciences... au temps de Delannoy*

Vers 17 heures 30/18 heures : dépôt de plaque à l'emplacement de la maison de Delannoy

Remise de la Médaille de la Ville de Guéret à Sylviane Schwer

Pot à la Mairie, offert par la municipalité de Guéret.

Avec le soutien de

GDR 3398 « Histoire des Mathématiques » - ADIREM - ADERHEM

